

ТЕПЛОМАССООБМЕН И ФИЗИЧЕСКАЯ ГАЗОДИНАМИКА

УДК 532.517.4

РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В “S”-ОБРАЗНОМ КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

© 2003 г. А. В. Гарбарук, М. Х. Стрелец, М. Л. Шур

Санкт-Петербургский государственный технический университет

Поступила в редакцию 13.06.2002 г.

В рамках трехмерных уравнений Рейнольдса проведены расчеты турбулентного течения в “S”-образном канале прямоугольного сечения, экспериментальное исследование которого выполнено в [1]. Основной целью этих расчетов является оценка точности, обеспечиваемой наиболее популярными в настоящее время линейными моделями турбулентной вязкости применительно к сложным трехмерным течениям. В частности, рассмотрены две модели такого типа: модель Менгера [2] и модель Спаларта–Аллмареса [3]. Кроме того, для оценки возможности повышения точности моделирования за счет учета эффектов кривизны линий тока и анизотропии тензора рейнольдсовых напряжений расчеты выполнены также с помощью соответствующих модификаций модели [3], предложенных в [4, 5]. Показано, что все рассмотренные модели дают близкие между собой результаты, качественно верно описывают тенденции, наблюдаемые в опытах, и в целом обеспечивают удовлетворительное количественное согласование расчетных и экспериментальных данных по осредненным характеристикам течения. Некоторое различие наблюдается лишь вниз по потоку от точки перегиба “S”-образных стенок, где реализуется профиль скорости с двухсторонним скосом. При расчете рейнольдсовых напряжений нелинейная модель [5] имеет заметное преимущество перед остальными моделями.

ВВЕДЕНИЕ

Систематические исследования возможностей различных полуэмпирических моделей турбулентности, начало которым положила первая Стэнфордская конференция 1968 г. [6], привели в настоящее время к установлению определенных “рейтингов” таких моделей, характеризующих их как с точки зрения точности расчета тех или иных типов турбулентных течений, так и с точки зрения вычислительной эффективности (см., например, [7–9]). В частности, среди наиболее простых моделей, базирующихся на гипотезе Буссинеска о линейности связи между тензорами рейнольдсовых напряжений и скоростей деформаций осредненного течения, наиболее высокие рейтинги (см., например, [8]) имеют $k-\omega$ модель Менгера [2] (в дальнейшем для краткости M-SST модель), а также модель переноса турбулентной вязкости Спаларта–Аллмареса (S-A) [3] и ее модификация, учитывающая эффекты кривизны линий тока и вращения (SARC) [4]. Однако эти рейтинги основываются, главным образом, на результатах расчетов двухмерных пристенных течений, что обусловлено ограниченностью базы экспериментальных данных по сложным трехмерным потокам, с одной стороны, и трудоемкостью расчета таких потоков, с другой. В связи с этим вопрос о применимости этих и других аналогичных моделей для расчета сложных трехмерных течений, характеризующихся рядом специфических особенностей (наличие пространственных градиентов давления

и отрывных зон, существенная анизотропия турбулентности), остается по существу открытым и для ответа на него требуется проведение специальных исследований. В настоящее время, благодаря появлению новых методов измерения характеристик турбулентных течений и значительному повышению производительности вычислительной техники, решение этой задачи стало выполнимым. В частности, в данной работе представлены результаты расчетов течения в “S”-образном канале прямоугольного сечения (рис. 1), детальное экспериментальное исследование которого проведено в [1], где наряду с результатами измерений основных параметров осредненного течения в трехмерном пограничном слое, формирующемся на плоских (параллельных плоскости xz) стенках канала, представлены также данные по пульсационным характеристикам потока. С точки зрения оценки возможностей моделей турбулентности, существенной особенностью данного течения является наличие как продольного, так и поперечного (вдоль оси z) градиента давления, знак которого изменяется в точке перегиба “S”-образных стенок канала (в сечении $x = 4.5$ м). Это приводит к изменению знака поперечной составляющей скорости в пристенной части пограничного слоя и, как следствие, к качественной перестройке профиля скорости в пограничном слое. В частности, если вверх по потоку от точки перегиба канала он имеет так называемый “односторонний скос” (угол между проекцией вектора ско-

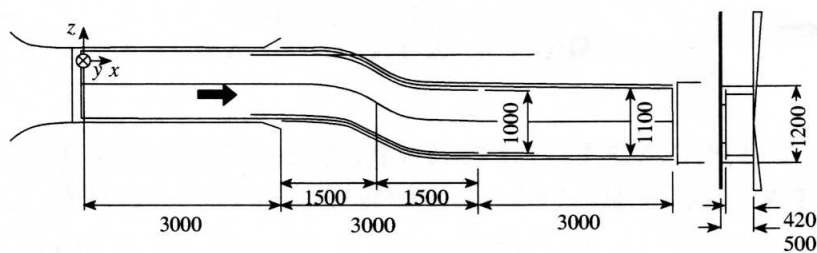


Рис. 1. Схема экспериментальной установки [1].

рости на плоскость xz и осью x не меняет знака в пределах пограничного слоя), то вниз по потоку от этой точки профиль скорости характеризуется “двухсторонним скосом” (указанный угол остается положительным во внешней области пограничного слоя и становится отрицательным в его пристенной области). Эти особенности позволяют считать данное течение достаточно трудным и представительным тестом для оценки возможностей полуэмпирических моделей турбулентности при расчете трехмерных течений.

Расчеты выполнены в рамках уравнений Рейнольдса для несжимаемой жидкости с использованием линейных моделей турбулентной вязкости M-SST(2), S-A(3) и SARC(4). Кроме того, с целью оценки потенциальных преимуществ нелинейных моделей турбулентной вязкости была рассмотрена нелинейная версия модели SARC [5] (модель SARCNL), которая базируется на следующей нелинейной связи между тензором рейнольдсовых напряжений и кинематическими характеристиками осредненного течения:

$$(\tau_{NL})_{ij} = \tau_{ij} - C_{NL}(\Omega_{ik}\tau_{ij} + \Omega_{jk}\tau_{ik}).$$

Здесь τ_{NL} – искомый (нелинейный) тензор рейнольдсовых напряжений; τ – тензор рейнольдсовых напряжений, определяемый с помощью классической линейной гипотезы Буссинеска ($\tau_{ij} = -2\nu_t S_{ij}$); ν_t – турбулентная вязкость; Ω_{ik} – нормированный

тензор завихренности $\Omega_{ik} = \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} - \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) / \sqrt{\frac{\partial u_m}{\partial x_n} \frac{\partial u_m}{\partial x_n}}$;
 C_{NL} – эмпирическая константа, равная 0.3 [5].

Постановка задачи и метод расчета

Как уже отмечалось, объектом исследований в экспериментах [1] являлся пограничный слой, развивающийся на плоской стенке канала, параллельной плоскости xz (рис. 1). При этом для исключения влияния пограничных слоев, формирующихся на боковых “S”-образных стенках, производилась “отсечка” этих пограничных слоев на входе в “S”-образную секцию канала, расположенную на расстоянии 2.5 м от его начала. В результате ширина канала в этом сечении уменьша-

ется от 1.1 до 1 м, в связи с чем расчет описанного течения проводился в два этапа.

На первом этапе с целью определения граничных условий на входе в “S”-образную секцию канала рассчитывалось течение во входной (прямолинейной) секции длиной 2.5 м, шириной 1.1 м и высотой 0.42 м. При этом в соответствии с условиями эксперимента число Рейнольдса, построенное по длине 1 м и скорости на входе в канал U_0 , полагалось равным 10^6 . В качестве входных (при $x = 0$) граничных условий на этом этапе задавался однородный профиль продольной скорости, а поперечные составляющие скорости полагались равными нулю. На стенках канала использовались условия прилипания ($u = w = 0$) и непроницаемости ($v = 0$), а на выходе – мягкие граничные условия (линейная экстраполяция из внутренних точек области на выходную границу).

Характеристики турбулентности, которые необходимо задать в качестве граничных условий, зависят от используемой модели турбулентности. В частности, для S-A модели и ее модификаций граничные условия должны быть заданы непосредственно для турбулентной вязкости, а в случае k - ω модели M-SST – для кинетической энергии турбулентности k и удельной скорости ее диссипации ω . Эти условия задавались следующим образом.

В основной части входного сечения канала в соответствии с условиями эксперимента задавалась практически нулевая турбулентная вязкость: $\nu_t/\nu = 2 \times 10^{-3}$. При этом для имитации шероховатого участка стенки, используемого в экспериментах для турбуликации пограничного слоя в самом начале экспериментальной секции, в тонкой пристенной части потока задавался синусоидальный профиль турбулентной вязкости с максимальным значением $\nu_t/\nu = 1$. На стенках канала турбулентная вязкость полагалась равной нулю, а на выходной границе расчетной области для ν_t/ν , так же, как и для скорости, использовались мягкие граничные условия.

Величина ω на входе в канал, в соответствии с рекомендациями [2] задавалась постоянной и равной $10 \times (U_0/L)$, где L – ширина канала, равная

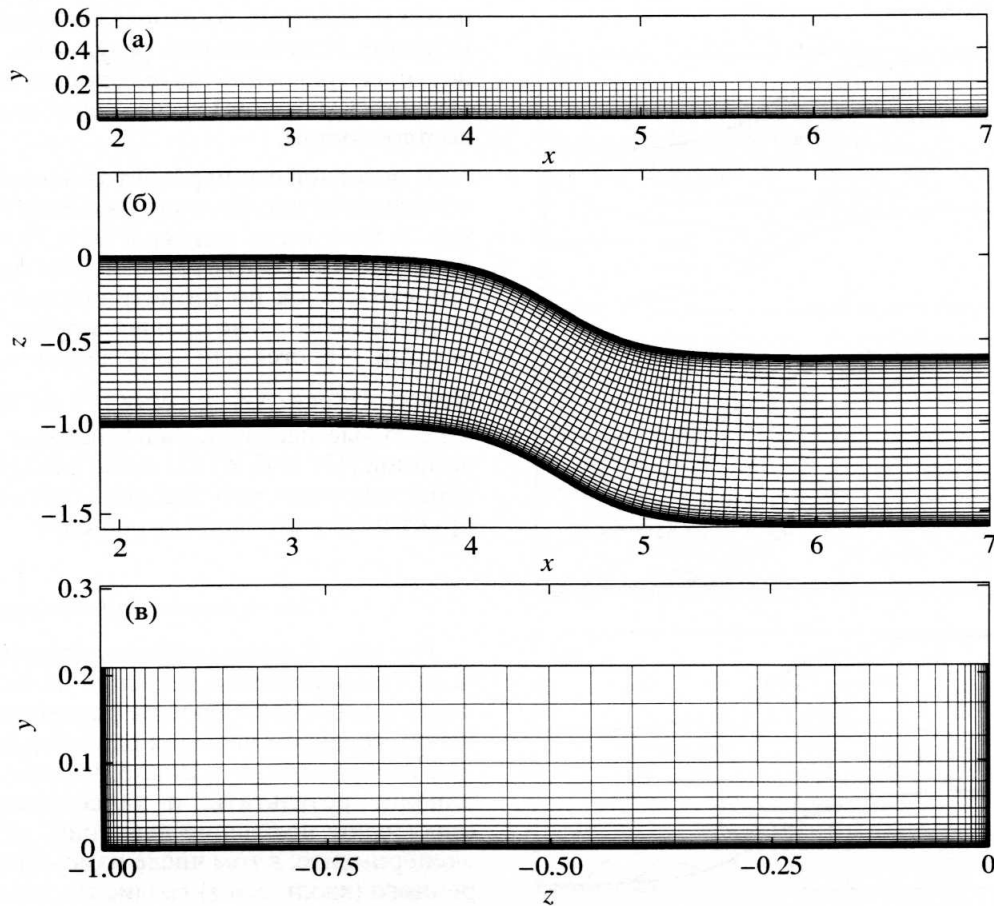


Рис. 2. Схема расчетной области (а), (б) и сетка (в), использованная для расчета течения в “S”-образной секции канала (на втором этапе расчета).

1.1 м, а кинетическая энергия турбулентности вычислялась по формуле $k = \omega v_t$ с использованием описанного выше профиля турбулентной вязкости. На стенках использовались условия [2]: $k = 0$, $\omega = 60v_t/(\beta \Delta y_1^2)$, где $\beta = 0.075$, Δy_1 – пристенный шаг сетки, а на выходной границе, как и для всех остальных переменных, использовались мягкие граничные условия.

Результаты решения описанной задачи с использованием всех рассматриваемых моделей турбулентности оказались практически идентичными друг другу и хорошо согласующимися с данными измерений скорости в ядре потока, а также трения и давления на плоской стенке в сечении канала $x = 1.9$ м, где находится первая измерительная станция. Это свидетельствует об отсутствии заметного влияния уменьшения ширины канала при $x = 2.5$ м и его изгиба далее вниз по потоку на параметры течения в сечении $x = 1.9$ м, что позволяет использовать профили скорости и характеристик турбулентности в данном сечении, полученные на первом этапе расчета, в качестве входных граничных условий для второго этапа,

т.е. при расчете течения непосредственно в “S”-образной секции канала. При этом для моделирования “отсечки” пограничных слоев на “S”-образных стенках, которая производилась в экспериментах в сечении $x = 2.5$ м, указанные профили “обрезались” в сечениях $z = 0.05$ м и $z = 1.05$ м. Для исключения нарастания пограничных слоев на “S”-образных стенках на участке от входа в расчетную область ($x = 1.9$ м) до начала “S”-образной секции ($x = 2.5$ м) задавались граничные условия свободного скольжения $du/dz = 0$, $dv/dz = 0$, $w = 0$, а при $x > 2.5$ м ставились условия прилипания и непроницаемости $u = v = w = 0$. Соответствующая расчетная область и сетка, на которой проводились расчеты, показаны на рис. 2 (с учетом симметрии течения относительно $y = 0.21$ м расчетная область включает только половину канала). Остальные граничные условия на стенках и условия на выходе из расчетной области совпадали с описанными выше граничными условиями, использованными на первом этапе расчета.

При решении обеих описанных задач для численного интегрирования уравнений Рейнольдса использовалась неявная схема расщепления раз-

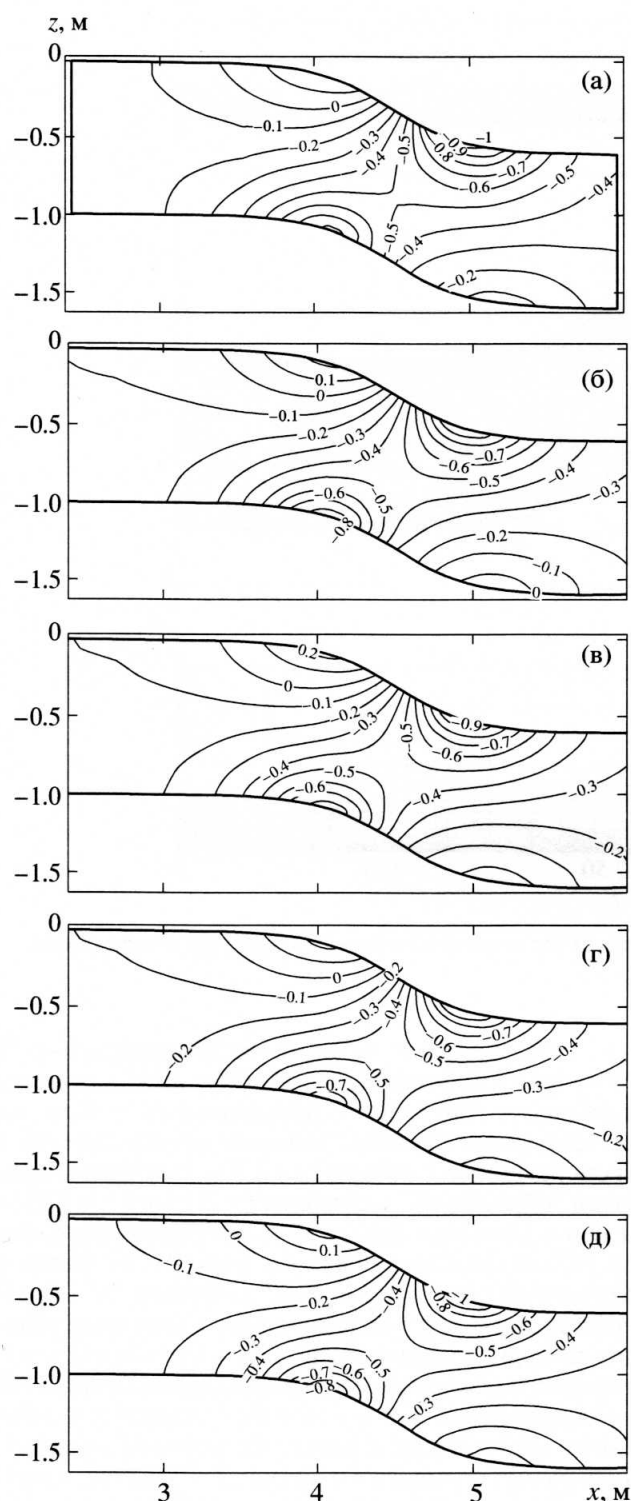


Рис. 3. Изолинии коэффициента давления C_p на плоской стенке канала: (а) – экспериментальные данные, (б) – расчет по модели M-SST [2], (в) – S-A [3], (г) – SARC [4], (д) – SARCNL [5].

ностей потоков [10]. Конвективные члены исходных уравнений аппроксимировались направленными (против потока) разностями с третьим порядком точности, а диффузионные – централь-

ными разностями со вторым порядком точности. Решение полученных в результате конечно-разностных уравнений на каждой итерации осуществлялось методом Гаусса–Зейделя с релаксацией по плоскостям.

В основной серии расчетов использовалась ортогональная неравномерная сетка, показанная на рис. 2. Она имела размеры $80 \times 35 \times 81$ в направлениях x , y и z соответственно и сгущалась в окрестности стенок по геометрической прогрессии с коэффициентом, не превышающим 1.3. При этом первый (пристенный) шаг сетки в координатах закона стенки $\Delta y_1^+ = (\Delta y_1 v^*)/v$ не превышал 1.0. Отдельные расчеты, выполненные на более подробной ($111 \times 47 \times 113$) сетке аналогичной структуры, показали, что основная сетка обеспечивает практически сходящееся решение.

Обсуждение результатов

На рис. 3 представлены экспериментальные поля коэффициента давления на плоской стенке канала и соответствующие результаты расчетов с использованием четырех рассматриваемых моделей турбулентности. Видно, что все модели дают близкие результаты и качественно правильно описывают поведение давления, наблюдаемое в эксперименте, в том числе изменение знака поперечного (вдоль оси z) градиента давления в окрестности точки перегиба боковых стенок канала (при $x = 4.5$ м). Более ясное количественное представление о степени согласия расчетного и экспериментального распределений давления, а также трения на рассматриваемой плоской поверхности дает рис. 4. На нем приведены распределения коэффициентов давления $C_p = 2[p(x, z) - p_{\text{ref}}]/\rho U_{\text{ref}}^2$ и трения $C_f = 2\tau_w(x, z)/\rho U_{\text{ref}}^2$ (p_{ref} и U_{ref} – значения давления и скорости на входе в канал) вдоль трех линий, расположенных на этой поверхности параллельно боковым “S”-образным стенкам канала (средней линии M и двух линий, отстоящих от нее на 0.19 м вверх (U) и вниз (D) по оси z соответственно), где непосредственно проводились измерения. Как видно из рис. 4, все четыре модели предсказывают практически идентичные распределения коэффициента давления и весьма близкие распределения трения. Можно отметить лишь незначительное преимущество моделей M-SST и SARCNL перед моделями S-A и SARC. Этот результат является достаточно неожиданным, поскольку даже при расчете более простых двухмерных пограничных слоев с продольным градиентом давления [8, 9] распределения трения, рассчитанные с использованием M-SST и S-A моделей, отличаются друг от друга заметно сильнее. Близость результатов, полученных с использованием всех рассматриваемых моделей, имеет место

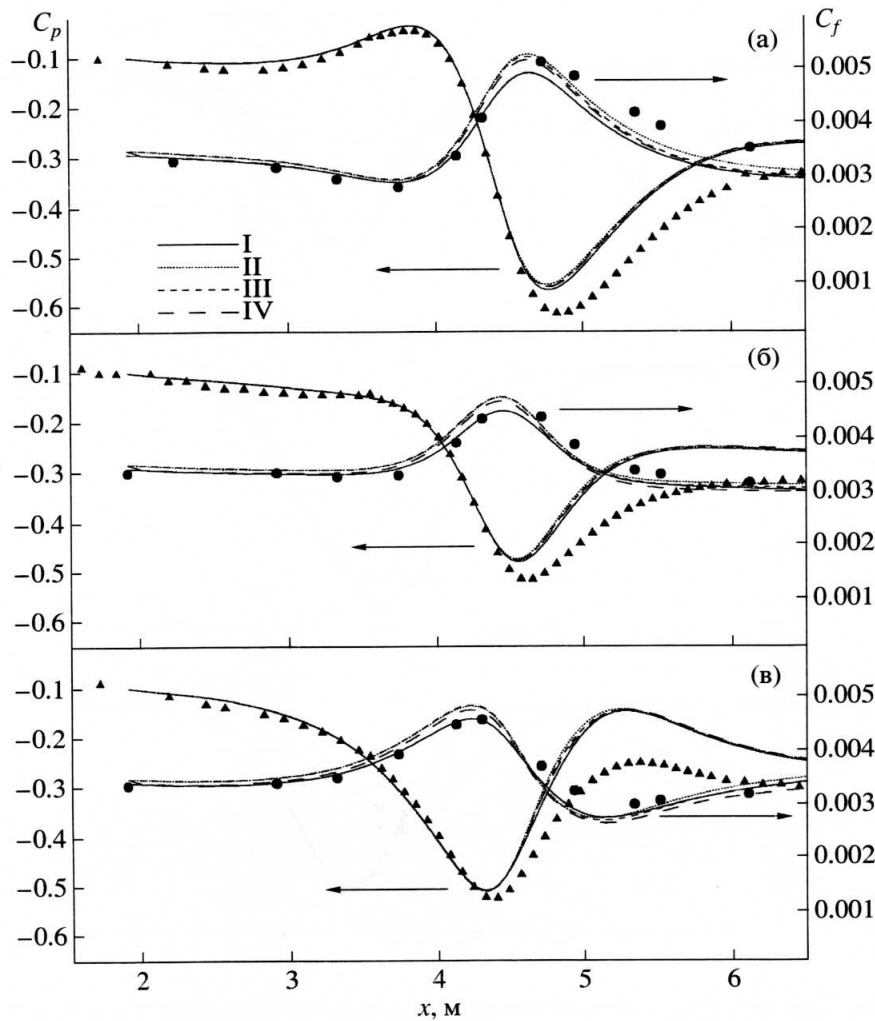


Рис. 4. Распределение коэффициентов давления C_p и трения C_f вдоль линий U – (а), M – (б) и D – (в). Точки – эксперимент [1], I – расчет по модели M-SST [2], II – S-A [3], III – SARC [4], IV – SARCNL [5].

и в отношении остальных параметров осредненного течения. В связи с этим в дальнейшем в большинстве случаев приводятся лишь результаты, полученные с использованием модели M-SST. Отметим, что в пределах первого “изгиба” канала (вплоть до сечения $x \approx 4.2$ м) результаты расчетов очень хорошо согласуются с экспериментом. Однако далее вниз по потоку расчетные кривые C_p и C_f несколько отклоняются от экспериментальных данных, хотя характер расчетных распределений давления и трения по-прежнему отражает все особенности их поведения в эксперименте.

Как отмечалось во введении, отличительной особенностью рассматриваемого течения является качественная перестройка профиля скорости в пограничном слое при переходе через середину “S”-образной части канала. На рис. 5 представлены характеризующие эту перестройку расчетные и экспериментальные распределения угла β , образованного между проекцией вектора скорости

на плоскость xz с осью x на внешней границе пограничного слоя, соответствующего угла на стенке α_w и их разности $(\alpha_w - \beta)$. Величина α_w в расчете, как и в эксперименте, определялась по параметрам потока в точке с координатой $y_1^+ \approx 3$. На рис. 5 для сравнения приведено изменение угла наклона “S”-образной стенки к оси x . Из рисунка видно, что расчетные распределения β хорошо согласуются с экспериментом на протяжении всего канала. Распределение α_w подобно давлению и трению на стенке (рис. 3) постепенно отклоняется от экспериментальных точек в области вниз по потоку от точки перегиба боковых стенок канала, а на выходе из него различие расчетных и экспериментальных данных по α_w достигает 4–5 градусов. Характер изменения локального угла скола $(\alpha - \beta)$ поперек пограничного слоя показан на рис. 6, где представлены расчетные и экспериментальные зависимости от универсальной координаты y^+ в точке, лежащей на линии M при

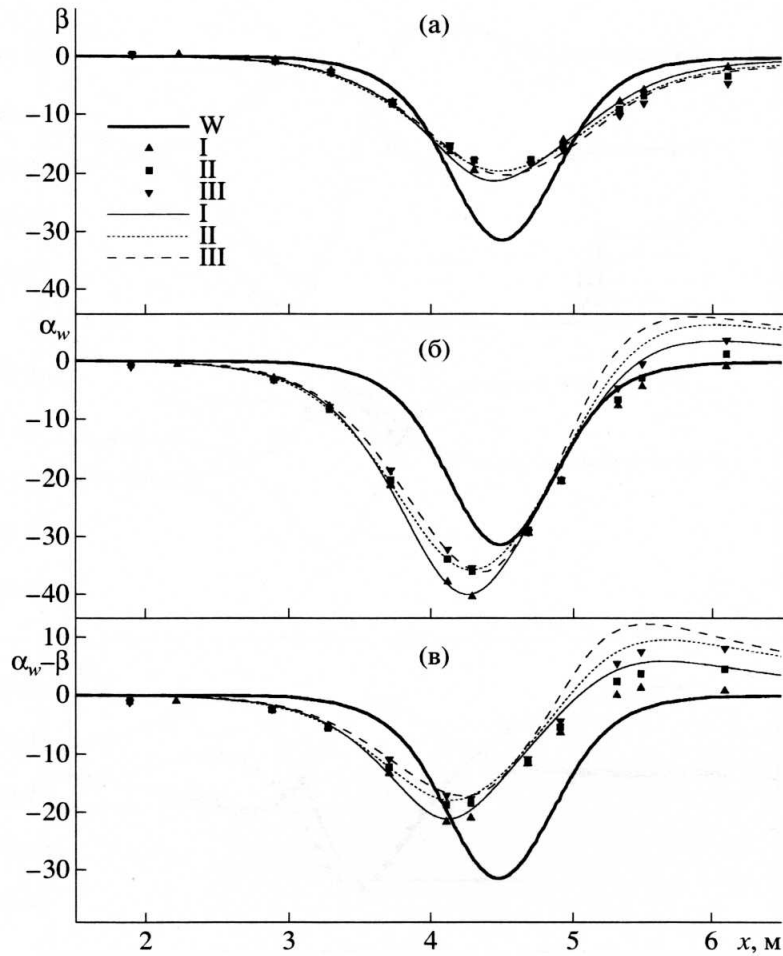


Рис. 5. Распределение углов β – (а), α_w – (б) и их разности – (в) вдоль линий U (I), M (II) и D (III). W – угол поворота боковых стенок. Точки – эксперимент, линии – расчет по модели M-SST.

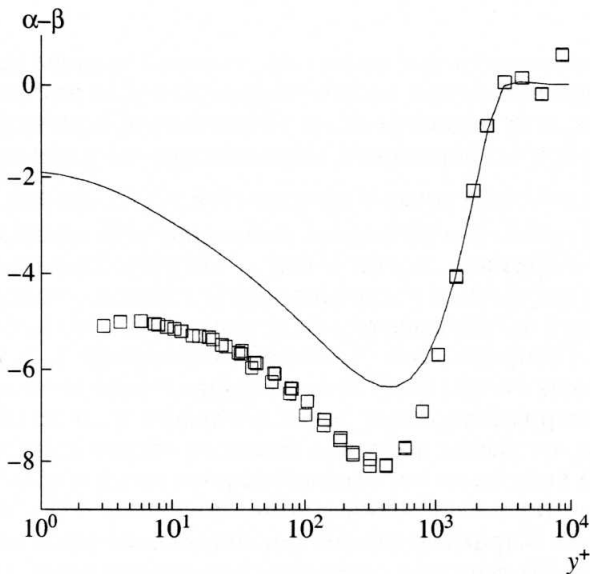


Рис. 6. Профиль угла скоса профиля скорости на линии M при $x = 4.925$ м. Точки – эксперимент [1], линия – расчет по модели M-SST [2].

$x = 4.925$ м. Из рис. 6 видно, что отличие расчетных и экспериментальных данных наблюдается только во внутренней области пограничного слоя (при $y^+ < 10^3$).

Несмотря на отмеченные отклонения расчетных данных по давлению и углу скоса потока от эксперимента, профили продольной (параллельной поверхности пластины) составляющей вектора скорости, построенные в переменных закона стенки $u^+(y^+)$, очень хорошо согласуются с экспериментом на протяжении всего канала. В качестве примера на рис. 7 приводится сравнение расчетного и экспериментального профилей на линии M при $x = 4.925$ м. При этом точно так же, как и в эксперименте, ни трехмерный характер течения, ни изменение знака поперечной составляющей скорости в пристенной области потока не приводят к заметному отклонению профилей скорости во внутренней области пограничного слоя от аналогичного профиля в двумерном пограничном слое на плоской пластине $u^+ = (1/0.4)(\ln(y^+) + 5.1$.

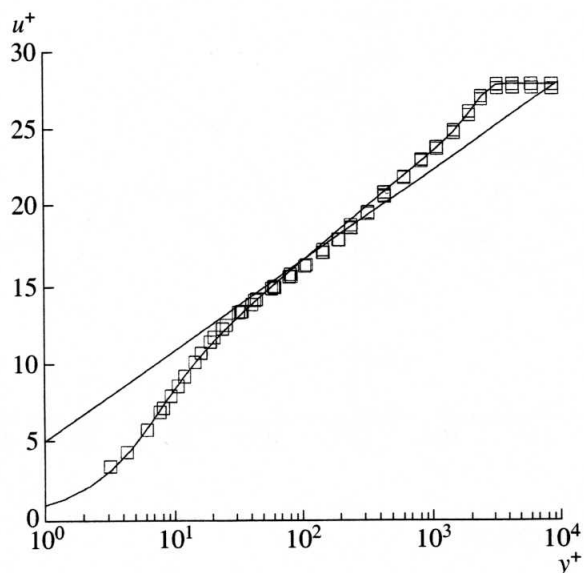


Рис. 7. Профиль касательной к плоской стенке составляющей скорости в переменных закона стенки на линии M при $x = 4.925$ м. Точки – эксперимент [1], линия – расчет по модели M-SST [2].

Для объяснения возможных причин различия между расчетными и экспериментальными распределениями давления и угла скоса потока во внутренней области пограничного слоя во второй половине “S”-образной секции канала (см. рис. 4–6) было более подробно проанализировано поле скорости в этой части канала. В качестве примера на рис. 8 представлены фрагменты расчетного поля продольной составляющей скорости в различных сечениях второй половины “S”-образной секции канала. Из него видно, что, согласно расчету, на нижней “S”-образной стенке образуются две (по одной в каждой из двух симметричных по y половин канала) небольшие отрывные зоны с началом при $x \approx 4.5$ м и концом при $x \approx 5.0$ м. К сожалению, в эксперименте измерения в этой области не проводились, поэтому трудно сказать, насколько точно используемые модели турбулентности предсказывают размеры показанной на рис. 8 отрывной зоны. Однако, если предположить, что они оказываются заниженными, то это позволяет объяснить отмеченные выше несоответствия расчета и эксперимента, в частности, завышенное давление и заниженное трение на плоской стенке во второй половине “S”-образной секции канала.

Суммируя все рассмотренные выше результаты, можно заключить, что используемые модели турбулентности позволяют достаточно точно предсказать основные осредненные характеристики рассматриваемого течения и что наблюдаемое несоответствие между расчетом и экспериментом во второй части канала, по всей видимости, объясняется недостаточно точным описанием замкну-

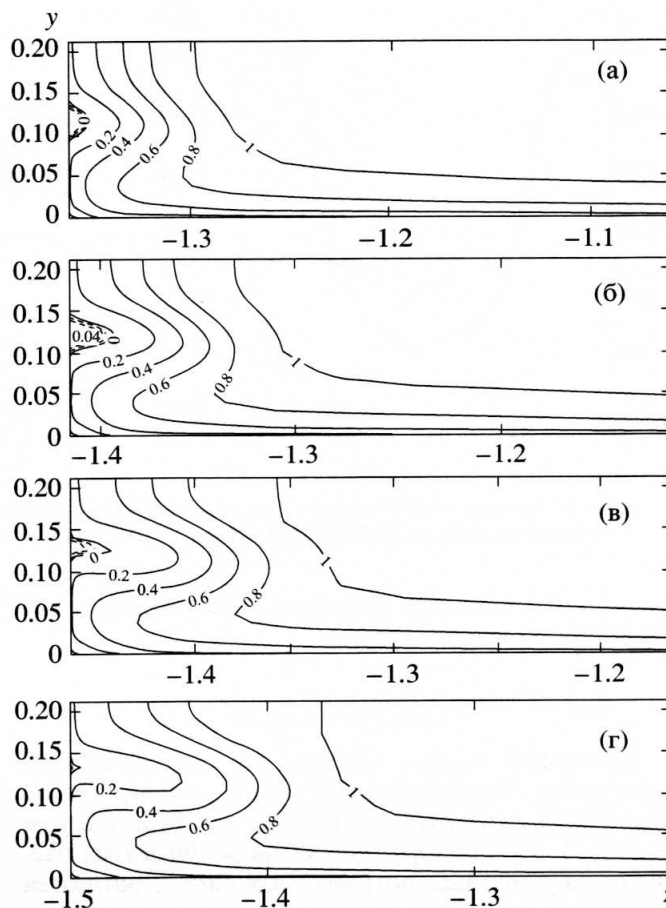


Рис. 8. Изолинии продольной составляющей скорости в поперечном сечении канала: (а) – $x = 4.6$ м, (б) – $x = 4.7$ м. (в) – $x = 4.8$ м, (г) – $x = 4.9$ м. Расчет по модели SARC [4].

тых трехмерных отрывных “пузырей”, образующихся на нижней “S”-образной стенке канала.

О точности расчета рейнольдсовых напряжений можно судить по рис. 9, на котором представлены расчетные и экспериментальные профили различных компонент тензора рейнольдсовых напряжений в пограничном слое на линии M в сечении $x = 4.925$ м. Из рис. 9 следует, что все рассмотренные модели предсказывают практически идентичные профили компонент $\overline{u'v'}$ и $\overline{v'w'}$, которые, по крайней мере, качественно согласуются с экспериментом. В то же время профиль $\overline{u'w'}$ удается качественно правильно (хотя и с большой погрешностью) описать только с помощью нелинейной модели SARCNL. Однако, как видно из приведенных выше результатов, это не влечет за собой заметного увеличения точности расчета характеристик осредненного течения. Таким образом, полученные результаты подтверждают тезис о том, что улучшение качества описания рейнольдсовых напряжений не всегда гарантирует

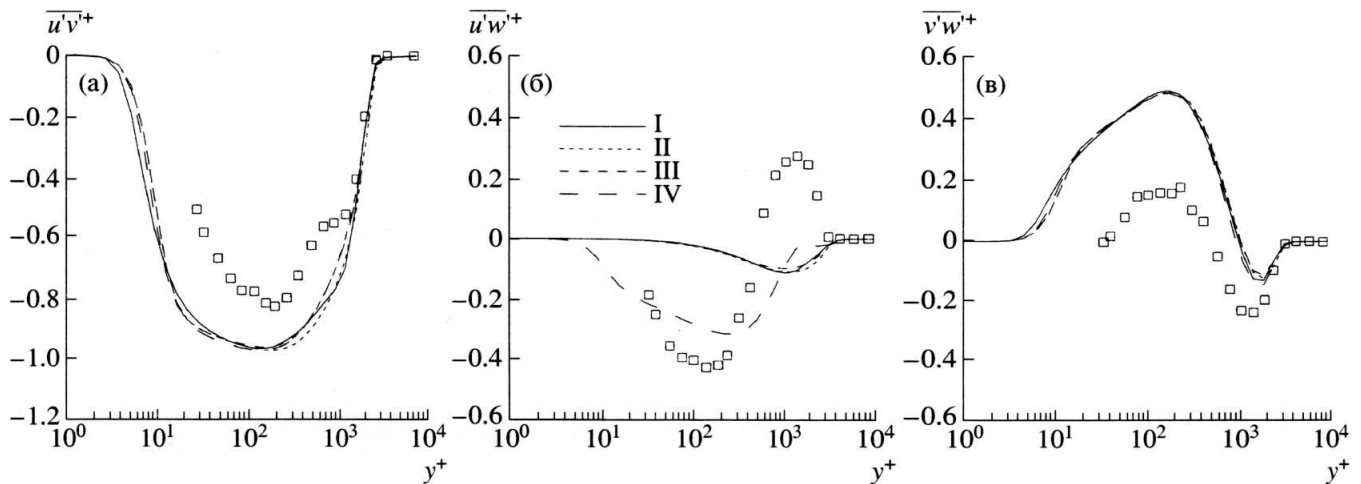


Рис. 9. Профили касательных реинольдсовых напряжений на линии M при $x = 4.925$ м. Точки – эксперимент [1], I – расчет по модели M-SST [2], II – S-A [3], III – SARC [4], IV – SARCNL [5].

улучшение качества описания характеристик осредненного течения [5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной вывод, который можно сделать на основании проведенных расчетов, состоит в том, что высокие рейтинги моделей турбулентности S-A и M-SST, базирующиеся на результатах расчетов двумерных пограничных слоев, остаются в целом справедливыми и при анализе существенно более сложных трехмерных течений. В частности, при расчете рассмотренного в данной работе течения в “S”-образном канале обе эти модели дают практически идентичные результаты, качественно и количественно согласующиеся с экспериментальными данными по характеристикам осредненного течения. Что касается рассмотренных модификаций модели S-A, учитывающих влияние на турбулентность кривизны линий тока (модель SARC) и нелинейность связи между тензорами реинольдсовых напряжений и скоростей деформаций (SARCNL), то в данном течении эти эффекты практически не проявляются. Некоторое преимущество последней модели наблюдается только при расчете одной из компонент тензора реинольдсовых напряжений ($\overline{u'w'}$), что не влечет существенного повышения точности расчета параметров осредненного течения.

Следует также отметить, что в области двухстороннего скоса профиля скорости в пограничном слое ($x > 4.5$ м) имеет место заметное несоответствие расчетных и экспериментальных данных по давлению и углу скоса потока во внутренней области пограничного слоя, которое, по всей видимости, связано с недостаточно точным описанием замкнутой отрывной области, образующейся над нижней “S”-образной стенкой канала.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 00-02-17184).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bruns J.M., Fernholz H.H., Monkewitz P.A. An Experimental Investigation of a Three-Dimensional Turbulent Boundary Layer in an “S”-Shaped Duct // *J. Fluid Mech.* 1999. V. 393. P. 175.
2. Menter F.R. Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows // *AIAA Paper.* 1993. AIAA-93-2906.
3. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows // *AIAA Paper.* 1992. AIAA-92-0439.
4. Spalart P.R., Shur M.L. On the Sensitization of Simple Turbulence Models to Rotation and Curvature // *Aerosp. Sc. and Techn.* 1997. V. 1. № 5. P. 297.
5. Spalart P.R. Strategies for Turbulence Modeling and Simulations // *Inernat. J. Heat and Fluid Flow.* 2000. V. 21. P. 252.
6. Coles D.E., Hirst E.A. Computation of Turbulent Boundary Layers – 1968. AFOSR-IFP Stanford Conf. V. II. Stanford Univ., Palo Alto, CA.
7. European Computational Aerodynamics Research Project: Validation of CFD Codes and Assessment of Turbulence Models / Eds. Haase W., Chaput E., Elsholz E. et al. Notes on Numerical Fluid Mechanics (NNFM). 1997. V. 58.
8. Гарбарук А.В. Современные полуэмпирические модели турбулентности для пристенных течений: тестирование и сравнительный анализ. Дис... уч. ст. канд. физ.-мат. наук. СПб.: СПбГТУ. 1999. 281 с.
9. Гарбарук А.В., Ланин Ю.В., Стрелец М.Х. Применение обратного метода решения уравнений пограничного слоя для тестирования моделей турбулентности // *ТВТ.* 1998. Т. 36. № 4. С. 607.
10. Rogers S.E., Kwak D. An Upwind Differencing Scheme for the Time-Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations // *AIAA Paper.* 1988. AIAA-88-2583-CP.